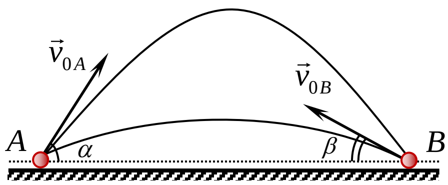
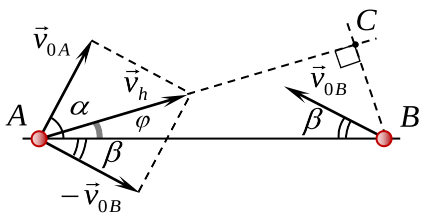
1. A և B կետերից միևնույն $v_0 = 20$ մ/վ սկզբնական արագությամբ միաժամանակ նետում ենք երկու մարմիններ: A կետից $\alpha = 75^0$ անկյան տակ նետված մարմինը գետնին է ընկնում B կետում, իսկ B կետից նետվածը՝ A կետում:



1) Նետման պահից որքա՞ն ժամանակ անց մարմինները կունենան նվազագույն հեռավորություն: /3 միավոր/

2) Որքա՞ն է այդ հեռավորությունը: /1 միավոր/

Լուծում: Մարմինների սկզբնական արագությունների և թռիչքի հասողությունների հավասար լինելուց հեշտությամբ կարելի է ստանալ հետևյալ կապը նրանց նետման անկյունների միջև՝ $\alpha + \beta = 90^0$: Այստեղից պարզ է դառնում, որ նետման պահին մարմինների սկզբնական արագությունները փոխուղղահայաց են ($\vec{v}_{0A} \perp \vec{v}_{0B}$): Քննարկենք մի մարմնի հարաբերական շարժումը մյուսի նկատմամբ: Օգտվելով հարաբերական արագության բանաձևից համոզվում ենք, որ առաջին մարմնի շարժումը երկրորդի նկատմամբ ուղղագիծ հավասարաչափ է:



Հարաբերական արագության $\vec{v}_h$ վեկտորի և AB ուղղի միջև կազմած անկյունը նշանակենք φ - ով: Շարժման ընթացքում մարմինների միջև որոնելի նվազագույն հեռավորությունը գտնելու համար B կետից անհրաժեշտ է առաջին մարմնի հարաբերական շարժման ուղղությանը տանել BC ուղղահայացը և որոշել դրա երկարությունը: $v_{0A} = v_{0B} = v_0$ և $\vec{v}_{0A} \perp \vec{v}_{0B}$ պայմաններից հետևում է, որ $v_h = \sqrt{2}v_0$: Գծագրից երևում է, որ $\varphi = 45^0 - \beta = 30^0$: Այստեղից պարզ է դառնում, որ $BC = AB/2$ և, օգտվելով անկյան տակ նետված մարմնի հասողության բանաձևից, մարմինների միջև նվազագույն հեռավորության համար ստանում ենք՝

$$BC = \frac{1}{2}\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = 10 \text{ մ:}$$

Մինչև նվազագույն հեռավորությամբ C կետ հասնելը առաջին մարմինը երկրորդի նկատմամբ շարժվում է $AC = BC ctg\,\varphi$ չափով՝ $v_h = \sqrt{2}v_0$ հարաբերական արագությամբ: Հետևաբար որոնելի ժամանակի համար ստանում ենք՝

$$t = \frac{AC}{v_h} = \frac{BC ctg\,\varphi}{\sqrt{2}v_0} \approx 0.61 \text{ վ:}$$

2. 30 կգ զանգվածով սահնակը 10 մ բարձրությամբ թեք լանջով սկսում է սահել ներքև հասնելով լանջի հիմքին: Լանջի թեքության անկյունը հորիզոնի նկատմամբ 30⁰ է: Շփման գործակիցն ամբողջ ճանապարհին գծային օրենքով աճում է 0,46 - ից (10 մ բարձրության վրա) մինչև 0,7 (հիմքում): Ընդունել $tg30^0 = 0{,}58$:

1) Ի՞նչ կինետիկ էներգիայով օժտված կլինի սահնակը լանջի հիմքում: /1 միավոր/

2) Ի՞նչ բարձրության վրա սահնակի կինետիկ էներգիան կլինի առավելագույնը: /1.5 միավոր/

3) Որքա՞ն է սահնակը 10 մ բարձրությունից մինչև բլրի հիմքը սահելու ժամանակը: /2.5 միավոր/

Լուծում: 1) Համաձայն խնդրի պայմանի՝ շփման գործակիցն ամբողջ ճանապարհին նվազում է գծային օրենքով և քանի որ թեք հարթության հակազդեցության ուժը մնում է անփոփոխ, ապա ամբողջ ճանապարհին գծային օրենքով նվազում է նաև սահքի շփման ուժի մոդուլը: Հետևաբար՝

$$A_{\text{շՓ}} = -F_{\text{շՓ.միջ}}L = -\mu_{\text{միջ}} mgcos\alpha L \qquad \text{որտեղ՝}$$

$\mu_{\text{միջ}} = \frac{\mu_0 + \mu_H}{2}$ (քանի որ շփման գործակիցը նվազում է գծային օրենքով), իսկ՝ $L = \frac{H}{sin\alpha}$:

Այս հավասարումներից՝

$$A_{\text{շՓ}} = -\frac{\mu_0 + \mu_H}{2tg\alpha} mgH = -3000\,\text{Ջ}:$$

Երբ սահնակը դադարի վիճակից սկսի սահել H բարձրությունից, ապա համաձայն լրիվ մեխանիկական էներգիայի փոփոխության թեորեմի՝ $A_{\text{շՓ}} = E_{\text{լրA}} - E_{\text{լրB}}$, կամ՝

$$A_{\text{շՓ}} = E_{\text{կ}}(0) - mgH, \quad \text{որտեղից՝} \quad E_{\text{կ}}(0) = A_{\text{շՓ}} + mgH = -3000 + 3000 = 0:$$

2) Սահնակի արագությունը, ինչպես նաև կինետիկ էներգիան կնդունի առավելագույն արժեք երբ սահնակի վրա ազդող ուժերի համազորը հավասարվի զրոյի՝

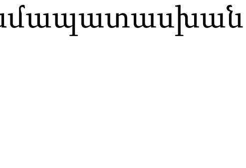
$$mgsin\alpha = \mu_{h_0} mgcos\alpha \;\Rightarrow \mu_{h_0} = tg\alpha = 0{,}58$$

և քանի որ այդ պահին շփման գործակցի արժեքը հավասար է լանջի հիմքում և գագաթում շփման գործակիցների թվաբանական միջինին, ապա ակնհայտ է, որ $h_0 = H/2 = 5$ մ:

3) Ներքև սահելիս սահնակի վրա ազդող համազոր ուժը քվազիառաձգական է: Քվազիկոշտությունը կարելի է որոշել դիտարկելով սահնակի սկզբնական «լայնույթային» դիրքը, երբ նրա վրա ազդող ուժը $F_0 = mg\sin\alpha - \mu_H mg\cos\alpha$ է, իսկ հեռավորությունը «հավասարակշռության» դիրքից՝ $x_0 = H/2\sin\alpha = h = 10$ մ: Ուրեմն՝ $k = F_0/x_0$: Օգտվելով ստացվածից, և հաշվի առնելով, որ որոնելի ժամանակը հավասար է համապատասխան ներդաշնակ տատանումների պարբերության կեսին ստանում ենք

$$t = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \pi\sqrt{\frac{H}{g(\sin\alpha - \mu_H\cos\alpha)}} = 9{,}85\,\text{վ}:$$

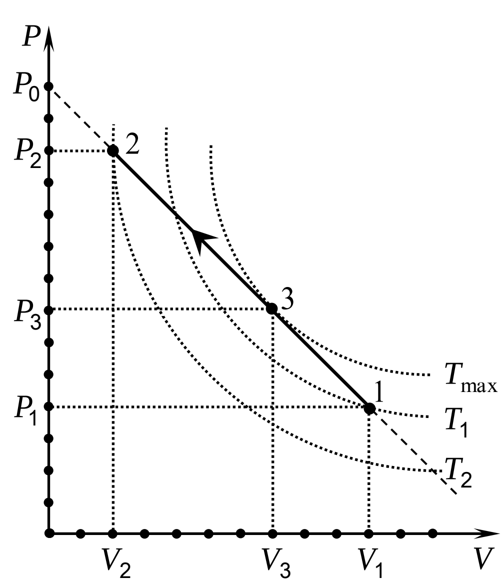
3. $100/83$ մոլ քանակով միատոմ իդեալական գազն անվերջ դանդաղ անցում է կատարում a վիճակից b - ին : a վիճակում գազի ծավալը $V_1 = 10$ լ է, ճնշումը՝ $P_1 = 4\cdot10^5$ Պա, իսկ b վիճակում նրա ծավալը դառնում է $V_2 = 2$ լ, ճնշումը՝ $P_2 = 12\cdot10^5$ Պա:



1) Որքա՞ն է նշված պրոցեսի ընթացքում գազի ամենաբարձր ջերմաստիճանը: /2.5 միավոր/

2) Որքա՞ն է գազի կատարած աշխատանքի մոդուլը սկզբնական վիճակից մինչև ամենաբարձր ջերմաստիճանին համապատասխանող վիճակին հասնելիս: /1.5 միավոր/

Լուծում: 1) Եթե պատկերենք T_1, T_2 և $T_3 = T_{max}$ իզոթերմերի ընտանիքը, ապա պարզ կդառնա, որ1 վիճակից մինչև որոշակի 3 վիճակին հասնելը գազի ջերմաստիճանն աճում է, իսկ այնուհետ՝ մինչև 2 վիճակին հասնելը՝ անընդհատ նվազում է: Ամբողջ սեղմման ընթացքում գազի առավելագույն $T_3 = T_{max}$ ջերմաստիճանը որոշելու համար պարզենք ջերմաստիճանի՝ ծավալից կախման օրենքը:



Համաձայն Մենդելեև-Կլապեյրոնի հավասարման՝ $pV = \vartheta RT$ (1):

Քանի որ գազի ճնշումը սեղմման ընթացքում ծավալից կախված փոփոխվում է գծայնորեն, ապա կարող ենք գրել, որ $p = p_0 - kV$ (2), որտեղ p_0 և k հաստատունները կարող ենք որոշել խնդրի պայմաններից. $k = \dfrac{p_2 - p_1}{V_1 - V_2} = 10^8$ Պա/մ^3 (3), իսկ՝

$$p_0 = p_1 + kV_1 = 14 \cdot 10^5 \text{ Պա} \quad (4):$$

(2) հավասարումը տեղադրելով (1) հավասարման մեջ կստանանք՝

$$T(V) = \frac{1}{\vartheta R}\left(p_0 V - kV^2\right) \quad (5):$$

Ածանցելով (5) հավասարումն ըստ V ծավալի և այդ ածանցյալը հավասարեցնելով զրոյի կստանանք՝ $T'(V_3) = 0 = \dfrac{1}{\vartheta R}(p_0 - 2kV_3)$, որտեղից՝ $V_3 = \dfrac{p_0}{2k} = 7 \cdot 10^{-3}$ մ^3 (6):

Համաձայն (2) հավասարման՝ $p_3 = p_0 - kV_3 = 7 \cdot 10^5$ Պա:

V_3-ի և p_3-ի արժեքները տեղադրելով (1) հավասարման մեջ կստանանք՝

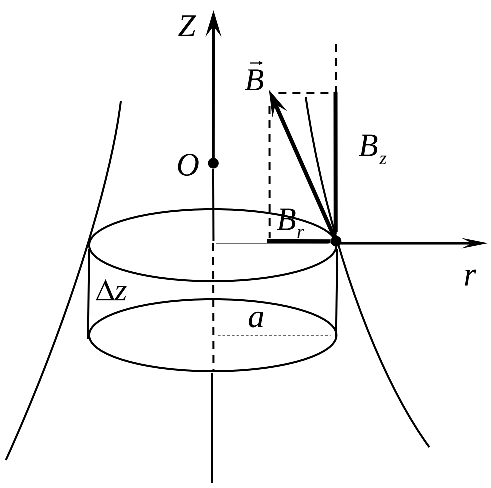
$$T_3 = T_{max} = \frac{p_3 V_3}{\vartheta R} = 490 \text{ Կ}:$$

2) Քանի որ գազի կատարած աշխատանքը թվապես հավասար է ճնշման կախումը ծավալից արտահայտող գրաֆիկի տակ պարփակված պատկերի մակերեսին, իսկ այդ պատկերը քննարկվող դեպքում սեղան է, ապա՝ $\left|A'_{1,3}\right| = \left|\dfrac{p_3 + p_1}{2}(V_3 - V_1)\right| = 1650$ Ջ:

4. a շառավղով, m զանգվածով և L ինդուկտիվությամբ գերհաղորդիչ օղակը մագնիսական դաշտում սկսում է ընկնել մեծ բարձրությունից: Մագնիսական դաշտը առանցքահամաչափ է: Օղակի հարթությունը ուղղահայաց է դաշտի համաչափության OZ առանցքին, իսկ կենտրոնը գտնվում է այդ առանցքի վրա: Նկարագրեք օղակի շարժումը, եթե մագնիսական դաշտի ուղղաձիգ բաղադրիչը z- ից կախված է $B_z = B_0(1 + \alpha z)$ օրենքով: Ժամանակի սկզբնապահին օղակի կենտրոնը գտնվում է $z = 0$ կետում և հոսանքի ուժը զրո է: /6 միավոր/

Լուծում: Քանի որ օղակը գերհաղորդիչ է, ապա դրանում մագնիսական դաշտի հոսքը պահպանվում է: Իրոք $\Phi'(t) = \varepsilon$, բայց $\varepsilon = IR = 0$ (քանի որ $R = 0$), ուստի, $\Phi = const$:

Հետևաբար ՝ $\Phi = B_z S + LI = B_0 S \quad \Rightarrow \quad B_0 \alpha z + LI = 0 \quad \Rightarrow$
$I = -B_0 \alpha z / L$



Հաշվի առնելով, որ փակ մակերևույթով մագնիսական դաշտի հոսքը զրո է ստանում ենք՝
$B_r 2\pi a|\Delta z| = -\pi a^2 B_0 \alpha |\Delta z|$
որտեղից՝ $B_r = -\alpha B_0 a/2$ ։ Հետևաբար օղակի վրա ազդող Ամպերի ուժի համար ստանում ենք հետևյալ արտահայտությունը

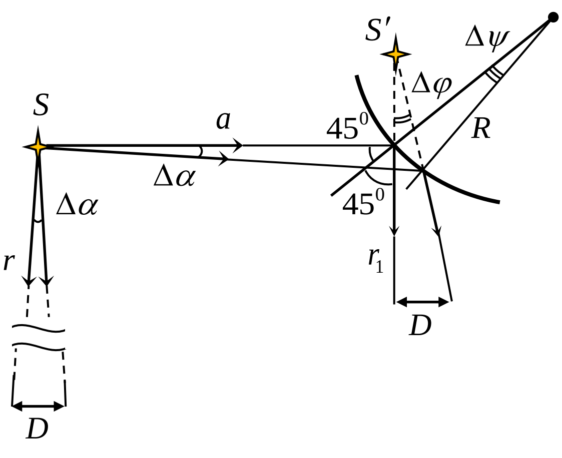
$$F_A = I|B_r|2\pi a = -\alpha^2 B_0{}^2 a^2 z/L$$

Այսպիսով, օղակի վրա ազդող համազոր ուժի պրոյեկցիայի համար ստանում ենք հետևյալ տեսքը՝ $F_z = -mg - kz$, որտեղ՝ $k = \alpha^2 B_0{}^2 a^2 / L$ ։

Օղակի վրա ազդող քվազիառաձգական ուժի ազդեցության հետևանքով այն կկատարի $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 2\pi \dfrac{\sqrt{mL}}{\alpha B_0 a}$ պարբերությամբ ներդաշնակ տատանումներ։

5. Ուշ գիշերով ուղիղ տուն տանող ճանապարհով վերադարձող ճանապարհորդը $r = 5$կմ հեռավորությունից արդեն նկատեց տան լուսամուտներից մեկից առկայծող վառվող լամպի լույսը։ Հարևան լուսամուտի դիմաց տեղադրված էր հայելային գնդաձև խաղալիքներով զարդարված ամանօրյա եղևնին։ Գնահատել տնից ունեցած այն հեռավորությունը, որտեղից արդեն ճանապարհորդին տեսանելի կլինի լամպի արտացոլանքը տոնածառի խաղալիքից՝ համարելով, որ վերջինս $d = 10$սմ տրամագծով իդեալական գնդային հայելային մակերևույթ է։ Լամպից խաղալիք հեռավորությունը $a = 1{,}8$մ է և ուղղահայաց է ճանապարհին։ /6 միավոր/

Լուծում: S լամպը, ինչպես նաև գնդային մակերևույթից լույսի անդրադարձման արդյունքում առաջացած նրա S' պատկերը կարելի է համարել կետային աղբյուրներ, որոնք ճառագայթում են համասեռ բոլոր ուղղություններով։ Մարդուց r հեռավորության վրա գտնվող լամպից աչքն ընկնող եզրային ճառագայթների տարամիտման անկյունը $\Delta\alpha = D/r$ է, որտեղ D- ն ակնաբիբի տրամագիծն է։ Պարզ է, որ այդ անկյան սահմաններում տարածվող ճառագայթները գնդից անդրադառնալուց հետո կտարամիտեն արդեն մեծ $\Delta\varphi$ անկյունով և դրանք բոլորը կնկնեն աչքի վրա անհամեմատ փոքր r_1 հեռավորության վրա, ընդ որում՝ $r\Delta\alpha = r_1\Delta\varphi$։ Որպեսզի մարդը տեսնի լամպի պատկերը անհրաժեշտ է, որ ճառագայթների անկման անկյունը մոտ լինի 45⁰ և $\Delta\alpha$ տարամիտման անկյունով եզրային ճառագայթների գնդի վրա անկման կետերի



հեռավորությունը կլինի $\frac{a\Delta\alpha}{\cos 45^0} = R\Delta\psi$: Ինչպես գիտենք հայելու վրա ընկնող ճառագայթի անկման անկյունը փոխելիս նույն չափով էլ փոխվում է անդրադարձման անկյունը: Բացի այդ եթե հարթ հայելին թեքում են որևէ անկյունով, ապա անդրադարձող ճառագայթը թեքվում է կրկնակի անգամ մեծ անկյունով: Հաշվի առնելով այս ամենը գծագրից պարզ է դառնում, որ

$$\Delta\varphi = 2\Delta\psi + \Delta\alpha = \left(\frac{2\sqrt{2}a}{R} + 1\right)\Delta\alpha \,,$$

և ուրեմն

$$r_1 = \frac{\Delta\alpha}{\Delta\varphi} r = \frac{r}{\frac{2\sqrt{2}a}{R} + 1} = \frac{r}{\frac{4\sqrt{2}a}{d} + 1} \approx 50 \text{ մ:}$$